(1) の解答．　$n = 6$ または $n = 8$ に限定され，$r(6) = 1428, r(8) = 759$ である．
(2) の解答．　$m(0) = 30,\ m(1) = 0,\ m(2) = 448,\ m(3) = 0,\ m(4) = 280,$
$m(5) = 0,\ m(6) = 0,\ m(7) = 0,\ m(8) = 1.$

本稿では，表を構成する行 $B_i$ は，集合ともみなすこととする．例えば表の中の 3 行目に「$3, 4, 6$」という行があったならば，$B_3 = \{3, 4, 6\}$ とみることを許す．本文中の $B_i$ が行を意味するのか，集合を意味するのかは，文脈によって判断されるものとする．

**補題 1**．　条件 (★) を満たす表が存在するならば，0 以上 4 以下の任意の整数 $i$ に対して，二項係数 ${}_{n-i}\mathrm{C}_{5-i}$ は ${}_{3n-i}\mathrm{C}_{5-i}$ の約数である．

**証明**．　0 以上 4 以下の整数を一つとり $i$ とする．$\Omega$ の部分集合で要素数が $i$ であるものを一つとり $A$ とする．ただし，$i = 0$ のときは $A$ として空集合をとる．条件 (★) を満たす表の中で，集合 $A$ を部分集合として含む行の総数を $r_i(n)$ とする（定め方から $r_0(n) = r(n)$ である）．集合 $A$ を部分集合として含む一つの行 $B$ について，$A \subset A' \subset B$ かつ $|A'| = 5$ を満たす集合 $A'$ の総数は，${}_{n-i}\mathrm{C}_{5-i}$ である．従って，$r_i(n) \times {}_{n-i}\mathrm{C}_{5-i} = {}_{3n-i}\mathrm{C}_{5-i}$ が成り立つ．$r_i(n)$ は整数だから，${}_{n-i}\mathrm{C}_{5-i}$ は ${}_{3n-i}\mathrm{C}_{5-i}$ の約数である．□

**命題 2**．　条件 (★) を満たす表が存在するならば，$n = 6$ または $n = 8$ である．

**証明**．　${}_{n-4}\mathrm{C}_1$ は ${}_{3n-4}\mathrm{C}_1$ の約数だが，このような $n > 5$ は，$6, 8, 12$ のいずれかに限られる．$6, 8, 12$ のうち補題 1 の条件に合うものは $6, 8$ しかない．□

**系 3**．　$n = 6$ のとき条件 (★) を満たす表が存在するならば，$r(6) = 1428$ であり，$n = 8$ のとき条件 (★) を満たす表が存在するならば，$r(8) = 759$ である．

**証明**．　$r(n) \times {}_n\mathrm{C}_5 = {}_{3n}\mathrm{C}_5$ から計算すればよい．□

以下，$n = 8$ とする．さらに，$n = 8$ のとき，条件（★）を満たす表が存在していることを仮定する．このとき，$\Omega$ の特定の 4 つの要素を含む行は 5 行存在し，特定の 3 つの要素を含む行は 21 行存在し，特定の 2 つの要素を含む行は 77 行存在し，特定の 1 つの要素を含む行は 253 行存在する．これらの事実は，補題 1 の証明中の $r_i(n)$ を求めることによって得られる．

**命題 4**. 問題 (2) について，$m(8) = 1,\ m(7) = 0,\ m(6) = 0,\ m(5) = 0$ である．

**証明**. 条件（★）を満たす表から一つの行 $B$ を固定したとき，$B$ の要素を 5 つ以上含む行は $B$ 自身のみである． □

**命題 5**. 問題 (2) について，$m(4) = 280$ である．

**証明**. 条件（★）を満たす表から一つの行 $B$ を固定する．要素数が 4 であるような $B$ の部分集合 $B'$ を任意に一つとる．$\Omega$ の特定の 4 つの要素を含む行は 5 行存在するので，$B' \subset Q$ を満たす行 $Q$ の総数は 5 である．これは，$B' \subset B \cap Q$ を満たす行 $Q$ の総数が 5 であることを意味する．このような行 $Q$ は，$|B \cap Q| \geq 4$ を満たすが，命題 4 を踏まえれば，このうち $|B \cap Q| \geq 5$ となる行 $Q$ の総数は 1 である．従って，$B' = B \cap P$ を満たす行 $P$ の総数は 4 である．$B'$ の選び方が ${}_8\mathrm{C}_4$ 種類あるので，$m(4) = {}_8\mathrm{C}_4 \times 4 = 280$ である． □

**命題 6**. 問題 (2) について，$m(3) = 0,\ m(2) = 448,\ m(1) = 0$ である．

**証明**. いずれも命題 5 と同じ発想によって，順番に得られる．ここでは，$m(3) = 0$ のみ示す．条件（★）を満たす表から一つの行 $B$ を固定する．要素数が 3 であるような $B$ の部分集合 $B'$ を任意に一つとる．$\Omega$ の特定の 3 つの要素を含む行は 21 行存在するので，$B' \subset B \cap Q$ を満たす行 $Q$ の総数は 21 である．一方，$B' \subset B \cap Q$ を満たす行 $Q$ は $|B \cap Q| \geq 3$ を満たすが，このうち $|B \cap Q| \geq 5$ であるものの総数は 1（命題 4 による），$|B \cap Q| = 4$ であるものの総数は ${}_5\mathrm{C}_1 \times 4 = 20$（命題 5 による）である．従って，$B' = B \cap P$ を満たす行 $P$ の総数は 0 である．従って，$m(3) = 0$ である． □

**命題 7**. 問題 (2) について，$m(0) = 30$ である．

**証明**. $r(8) = \Sigma_{i=0}^{8} m(i)$ と，系 3，命題 4，命題 5 から得られる． □

表の存在や構成方法が示せておらず不完全な状態ですが，提出させていただきます．